

**МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Министерство образования Оренбургской области**

**Администрация муниципального образования Светлинский район**

**МБОУ Светлинская СОШ №1**

**РАССМОТРЕНО**

методическим  
объединением учителей  
технологического -  
математического цикла

\_\_\_\_\_

Курманбаева Э.Н.  
Протокол №1 от «29» 08  
2023 г.

**СОГЛАСОВАНО**

Заместитель директора по  
УВР

\_\_\_\_\_

Решетнякова А.А.

Приказ №696 от «30» 08  
2023 г.

**УТВЕРЖДЕНО**

Директор МБОУ ССОШ№1

\_\_\_\_\_

Нефедова С.В

Приказ №696 от «30»08  
2023 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**

**Элективного курса по математике**

**«Избранные вопросы математики»**

для обучающихся 11 класса

**п. Светлый 2023**

## **1. Планируемые результаты обучения**

Программа элективного курса по математике «Избранные вопросы математики» направлена на достижение следующих личностных, метапредметных и предметных результатов обучения

### **Личностных:**

- 1) готовность и способность обучающихся к саморазвитию и самообразованию, выбору дальнейшего образования на базе ориентировки в мире профессий и профессиональных предпочтений;
- 2) готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;
- 3) развитие логического мышления, пространственного воображения, критичности мышления на уровне, необходимом для будущей профессиональной деятельности, а также для последующего обучения в высшей школе;
- 4) сформированность коммуникативной компетентности в общении и сотрудничестве со сверстниками, взрослыми и младшими в образовательной, общественно – полезной, учебно – исследовательской, творческой и других видах деятельности.

### **Метапредметных:** освоение способов деятельности

#### *познавательные:*

- 1) овладение навыками познавательной, учебно – исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;
- 2) самостоятельное создание алгоритмов познавательной деятельности для решения задач творческого и поискового характера;
- 3) творческое решение учебных и практических задач: умение мотивированно отказаться от образца, искать оригинальное решение.

#### *Коммуникативные:*

- 1) умение развернуто обосновывать суждения, давать определения, приводить доказательства;
- 2) адекватное восприятие языка средств массовой информации;
- 3) владение основными видами публичных выступлений (высказывание, монолог, дискуссия, полемика), следование этическим нормам и правилам ведения диалога (диспута);
- 4) умение организовывать учебное сотрудничество и совместную деятельность с учителем и сверстниками: определять цели, распределять роли и функции участников, общие способы работы;
- 5) использование мультимедийных ресурсов и компьютерных технологий для обработки, передачи, систематизации информации, создание базы данных, презентации результатов познавательной и практической деятельности.

### **Регулятивные:**

- 1) умение самостоятельно планировать альтернативные пути достижения целей, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач;
- 2) понимание ценности образования как средства развития культуры личности;
- 3) объективное оценивание своих учебных достижений, поведения, черт своей личности;
- 4) умение соотносить приложенные усилия с полученными результатами своей деятельности;
- 5) конструктивное восприятие иных мнений и идей, учёт индивидуальности партнёров по деятельности;
- 6) умение ориентироваться в социально-политических и экономических событиях, оценивать их последствия;
- 7) осуществление осознанного выбора путей продолжения образования или будущей профессиональной деятельности.

### **Предметных.**

#### **Базовый уровень:**

- 1) развитие представлений о математике как о методе познания действительности, позволяющем описывать и изучать реальные процессы и явления;
- 2) развитие умений работать с учебным математическим текстом (анализировать, извлекать необходимую информацию), точно и грамотно выражать свои мысли с применением математической терминологии и символики, проводить классификации, логические обоснования, доказательства математических утверждений;
- 3) решение сюжетных задач разных типов на все арифметические действия; применение способа поиска решения задачи, в котором рассуждение строится от условия к требованию или от требования к условию; составление плана решения задачи, выделение этапов ее решения, интерпретация вычислительных результатов в задаче, исследование полученного решения задачи; решение логических задач;
- 3) развитие представлений о числе и числовых системах от натуральных до действительных чисел; овладение навыками устных, письменных, инструментальных вычислений;
- 4) овладение символьным языком алгебры, приемами выполнения тождественных преобразований выражений, решения уравнений, систем уравнений, неравенств и систем неравенств; умения моделировать реальные ситуации на языке алгебры, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, интерпретировать полученный результат;
- 5) владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать на чертежах, моделях и в реальном мире геометрические фигуры; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;
- 6) развитие умений применять изученные понятия, результаты, методы для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин с использованием при необходимости справочных материалов, компьютера, пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах;

## Углубленный уровень:

- 1) сформированность понятийного аппарата по основным курсам математики; знание основных теорем, формул и умения их применять; умения находить нестандартные способы решения задач;
- 2) сформированность умений моделировать реальные ситуации, исследовать построенные модели, интерпретировать полученный результат;
- 3) освоение математики на профильном уровне, необходимом для применения математики в профессиональной деятельности и на творческом уровне.

Главная цель изучения курса - формирование всесторонне образованной личности, умеющей ставить цели, организовывать свою деятельность, оценивать результаты своего труда, применять математические знания в жизни.

Содержание построено таким образом, что изучение всех последующих тем обеспечивается знаниями по ранее изученным темам базовых курсов. Предполагаемая методика изучения и структура программы позволяют наиболее эффективно организовать учебный процесс, в том числе и обобщающее повторение учебного материала. В процессе занятий вводятся новые методы решения, но вместе с тем повторяются, углубляются и закрепляются знания, полученные ранее, развиваются умения применять эти знания на практике в процессе самостоятельной работы.

Программа содержит все необходимые разделы и соответствует современным требованиям, предъявляемым к программам внеурочной деятельности.

Изучение данной программы позволит учащимся лучше ориентироваться в различных ситуациях. Данный курс рассчитан на освоение некоторых тем по математике на повышенном уровне, причем содержание задач носит практический характер и связан с применением математики в различных сферах нашей жизни.

Содержание курса построено таким образом, чтобы наряду с поддержкой базового курса математики старшей школы повторить материал основной школы, а также рассмотреть решение задач повышенного уровня сложности, включенных в сборники контрольно-измерительных материалов и не нашедших отражение в учебниках. Курс ориентирован на удовлетворение любознательности старшеклассников, развивает умения и навыки решения задач, необходимые для продолжения образования, повышает математическую культуру, способствует развитию творческого потенциала личности.

**Актуальность программы** обусловлена необходимостью создания условий для развития интеллектуальных возможностей, стремления детей к творческому мышлению, умения принимать неожиданные и оригинальные решения в нестандартных ситуациях, так как, если развитием этих способностей специально не заниматься, то они угасают. Программа позволит решить проблемы мотивации к обучению.

**Отличительные особенности программы** – программа составлена в полном соответствии с требованиями составления программ элективных курсов в рамках реализации ФГОС 2-го поколения. Содержит теоретические идеи: развитие познавательного интереса к математике, углубление и расширение тем учебного курса, формирование УУД.

Метапредметный, творческий, интегрированный и исследовательский характер деятельности позитивно влияют на формирование общественной активности личности,

гражданской позиции, культуры общения и поведения в социуме. Универсальные учебные действия полностью отвечают задачам основной образовательной программы по основной школе, ФГОС, ООП и ООО. Программа построена с учетом возраста и психологических особенностей учащихся.

**Новизна программы** состоит в том, что данная программа с одной стороны дополняет и расширяет математические знания, с другой позволяет ученикам повысить образовательный уровень всех учащихся, так как каждый сможет работать в зоне ближайшего развития. Программа прививает интерес к предмету и позволяет использовать полученные знания на практике. Правильно подобранный материал, уровень сложности заданий, заслуженное оценивание результата позволит обеспечить у учащихся ощущение продвижения вперед, обеспечит переживания успеха в деятельности.

### **Цель курса:**

- формирование всесторонне образованной и инициативной личности;
- обучение деятельности — умение ставить цели, организовать свою деятельность, оценить результаты своего труда;
- формирование личностных качеств: воли, чувств, эмоций, творческих способностей, познавательных мотивов деятельности;
- обогащение регуляторного и коммуникативного опыта: рефлексии собственных действий, самоконтроля результатов своего труда.

### **Задачи:**

- создание условий для реализации математических и коммуникативных способностей подростков в совместной деятельности со сверстниками и взрослыми;
- формирование у подростков навыков применения математических знаний для решения различных жизненных задач;
- расширение представления подростков о школе, как о месте реализации собственных замыслов и проектов;
- развитие математической культуры школьников при активном применении математической речи и доказательной риторики.
- создать условия для усвоения обучающимися наиболее общих приемов и способов решения задач;
- создать условия для развития умений самостоятельно анализировать и решать задачи по образцу и в незнакомой ситуации;
- создать условия для формирования и развития у старшеклассников аналитического и логического мышления при проектировании решения задачи;
- продолжить формирование опыта творческой деятельности учащихся через исследовательскую деятельность при решении нестандартных задач;
- создать условия для развития коммуникативных и общеучебных навыков работы в группе, самостоятельной работы, умений вести дискуссию,
- аргументировать ответы и т.д.

## Содержание учебного предмета

### Тема 1. Преобразования (4 часа)

Сложение и вычитание обыкновенных дробей с разными знаменателями, умножение и деление дробей, возведение дробей в степень.

Формулы сокращенного умножения: квадрат суммы, квадрат разности, разность квадратов, куб суммы, куб разности, сумма кубов, разность кубов.

Методы избавления от иррациональности в знаменателе, преобразование иррациональных выражений.

Арифметический квадратный корень, свойства корня, полный квадрат (куб под знаком корня),

Определение степени с рациональным показателем и ее свойства

### Тема 2. Текстовые задачи (5 часов)

Логика и общие подходы к решению текстовых задач. Простейшие текстовые задачи. Основные свойства прямо и обратно пропорциональные величины. Проценты, округление с избытком, округление с недостатком. Выбор оптимального варианта. Выбор варианта из двух возможных. Выбор варианта из трех возможных. Выбор варианта из четырех возможных. Текстовые задачи на проценты, сплавы и смеси, на движение, на совместную работу.

**Тема 3. Тригонометрия (5 часов)** Вычисление значений тригонометрических выражений. Преобразования числовых тригонометрических выражений. Преобразования буквенных тригонометрических выражений. Тригонометрические уравнения и неравенства. Простейшие тригонометрические уравнения. Два метода решения тригонометрических уравнений: введение новой переменной и разложение на множители. Однородные тригонометрические уравнения.

### Тема 4. Планиметрия (5 часов)

Треугольник. Параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат. Трапеция. Окружность и круг. Окружность, вписанная в треугольник, и окружность, описанная около треугольника. Многоугольник. Сумма углов выпуклого многоугольника. Правильные многоугольники. Вписанная окружность и описанная окружность правильного многоугольника. Координатная плоскость. Векторы. Вычисление длин и площадей.

Задачи, связанные с углами. Многоконфигурационные планиметрические задачи.

### Тема 5. Стереометрия (5 часов)

Призма, ее основания, боковые ребра, высота, боковая поверхность; прямая призма; правильная призма. Параллелепипед; куб; симметрии в кубе, в параллелепипеде. Пирамида, ее основание, боковые ребра, высота, боковая поверхность; треугольная пирамида; правильная пирамида. Сечения куба, призмы, пирамиды. Представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр).

Величина угла, градусная мера угла, соответствие между величиной угла и длиной дуги окружности. Угол между прямыми в пространстве; угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями. Расстояние от точки до прямой, от точки до плоскости; расстояние между параллельными и скрещивающимися прямыми, расстояние между параллельными плоскостями. Площадь поверхности составного многогранника.

### Тема 6. Уравнения и неравенства (5 часов)

Определение уравнения. Определение решения уравнения. Что значит решить уравнение. Виды уравнений. Классификация уравнений. Определение и классификация неравенств. Алгоритм решения линейного неравенства, неравенств, решаемых методом интервалов. Примеры задач, решение которых сводится к решению неравенств.

### Тема 7. Вероятность (3 часа)

Примеры использования вероятности и статистики при решении задач.

### Тестирование (2 часа)

## 2. Тематическое планирование

№ темы	Наименование разделов и тем	Количество часов на тему
1	Преобразования	4
2	Текстовые задачи	5
3	Тригонометрия	5
4	Планиметрия	5
5	Стереометрия	5
6	Уравнения и неравенства	5
7	Вероятность	3
8	Тестирование	2
	<b>Итого</b>	<b>34</b>

## 3. Календарно – тематическое планирование

№ урока	Наименование разделов и тем	Количество часов	Плановые сроки	Фактические сроки
<b>Тема 1. Преобразования (4 часа)</b>				
1	Сложение и вычитание обыкновенных дробей			

	с разными знаменателями.			
	Умножение и деление дробей, возведение дробей в степень			
2	Формулы сокращенного умножения: квадрат суммы, квадрат разности, разность квадратов.			
	Куб суммы, куб разности, сумма кубов, разность кубов			
3	Арифметический квадратный корень.			
	Свойства корня, полный квадрат (куб под знаком корня)			
4	Арифметический квадратный корень, свойства корня, полный квадрат (куб под знаком корня)			
	Арифметический квадратный корень, свойства корня, полный квадрат (куб под знаком корня). Практикум.			
<b>Тема 2. Текстовые задачи (5 часов)</b>				
5	Простейшие текстовые задачи			
	Выбор оптимального варианта			
6	Текстовые задачи на проценты, сплавы и смеси			
7	Текстовые задачи на движение			
8	Текстовые задачи на совместную работу			
9	Текстовые задачи на работу			
<b>Тема 3. Тригонометрия (5 часов)</b>				
10	Преобразования числовых и буквенных тригонометрических выражений.			
11	Применение формул синуса и косинуса суммы и разности двух углов.			
	Применение формул тангенса и котангенса суммы и разности двух углов.			
12	Формулы двойного угла.			
	Формулы половинного угла.			
13	Методы решения тригонометрических уравнений			
	Тригонометрические уравнения, сводящиеся к квадратным.			
	Тригонометрические уравнения, сводящиеся к			

	квадратным. Практикум.			
14	Однородные тригонометрические уравнения.			
	Однородные тригонометрические уравнения. Практикум.			
<b>Тема 4. Планиметрия (5 часов)</b>				
15	Вычисление длин.			
16	Вычисление площадей			
17	Задачи, связанные с углами и окружностями			
	Задачи, связанные с углами и окружностями. Практикум.			
18	Углы в пространстве			
19	Расстояния в пространстве			
<b>Тема 5. Стереометрия (5 часов)</b>				
20	Параллелепипед. Куб.			
21	Призма. Пирамида.			
22	Конус. Цилиндр. Шар.			
23	Составные многогранники.			
24	Составные многогранники. Решение задач.			
<b>Тема 6. Уравнения и неравенства (5 часов)</b>				
25	Иррациональные уравнения, решение, ОДЗ. Решение задач.			
26	Показательные уравнения, ОДЗ, свойства показательной функции. Решение показательных уравнений.  Логарифмические уравнения, решение, свойства, ОДЗ.			
27	Системы уравнений. Решение системы уравнений.  Методы решения системы уравнений: метод подстановки, линейные преобразования системы, метод разложения на множители и метод замены переменных.			
28	Линейные неравенства. Решение линейных неравенств. Неравенства с модулями. Методы решения неравенств.			
29	Квадратные неравенства. Решение квадратных			

	неравенств. Квадратный трехчлен. Парабола.			
	Дробно-рациональные (рациональные) неравенства. Решение рациональных неравенств. ОДЗ рационального выражения. Метод интервалов. Решение неравенства методом интервалов.			
<b>Тема 7. Вероятность (3 часа)</b>				
30	Примеры использования вероятности при решении задач.			
31	Примеры использования статистики при решении задач.			
32	Примеры использования вероятности и статистики при решении задач.			
<b>Тестирование. (2 часа)</b>				
33	Пробное тестирование ЕГЭ (база)			
34	Пробное тестирование ЕГЭ (профиль)			

## Приложение

### Контрольно-измерительные материалы по курсу

#### Текстовые задачи

1. В университетскую библиотеку привезли новые учебники по геометрии для 2—3 курсов, по 280 штук для каждого курса. Все книги одинаковы по размеру. В книжном шкафу 7 полок, на каждой полке помещается 30 учебников. Сколько шкафов можно полностью заполнить новыми учебниками?
1. Больному прописано лекарство, которое нужно пить по 0,5 г 3 раза в день в течение 21 дня. В одной упаковке 10 таблеток лекарства по 0,5 г. Какого наименьшего количества упаковок хватит на весь курс лечения?
1. Оптовая цена учебника 170 рублей. Розничная цена на 20% выше оптовой. Какое наибольшее число таких учебников можно купить по розничной цене на 7000 рублей?
1. Павел Иванович купил американский автомобиль, спидометр которого показывает скорость в милях в час. Американская миля равна 1609 м. Какова скорость автомобиля в километрах в час, если спидометр показывает 65 миль в час? Ответ округлите до целого числа.
1. Для того, чтобы связать свитер, хозяйке нужно 800 граммов шерсти красного цвета. Можно купить красную пряжу по цене 80 рублей за 100 г, а можно купить неокрашенную пряжу по цене 50 рублей за 100 г и окрасить ее. Один пакетик краски стоит 20 рублей и рассчитан на окраску 400 г пряжи. Какой вариант покупки дешевле? В ответ напишите, сколько рублей будет стоить эта покупка.
1. Для изготовления книжных полок требуется заказать 48 одинаковых стекол в одной из трех фирм. Площадь каждого стекла  $0,25 \text{ м}^2$ . В таблице приведены цены на стекло, а также на резку стекол и шлифовку края. Сколько рублей будет стоить самый дешевый заказ?

Фирма	Цена стекла (руб. за $1 \text{ м}^2$ )	Резка и шлифовка (руб. за одно стекло)
А	420	75
Б	440	65
В	470	55

2. Независимая экспертная лаборатория определяет рейтинг  $R$  бытовых приборов на основе коэффициента ценности, равного  $0,01$  средней цены  $P$ , показателей функциональности  $F$ , качества  $Q$  и дизайна  $D$ . Каждый из показателей оценивается целым числом от 0 до 4. Итоговый рейтинг вычисляется по формуле

$R = 4(2F + 2Q + D) - 0,01P$ . В таблице даны средняя цена и оценки каждого показателя для нескольких моделей электрических мясорубок. Определите наивысший рейтинг представленных в таблице моделей электрических мясорубок.

Модель мясорубки	Средняя цена	Функциональность	Качество	Дизайн
А	4600	2	0	2
Б	5500	4	3	1
В	4800	4	4	4
Г	4700	2	1	4

1. Четыре рубашки дешевле куртки на 8%. На сколько процентов пять рубашек дороже куртки?
2. Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 200 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость течения, если скорость теплохода в неподвижной воде равна 15 км/ч, стоянка длится 10 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 40 часов после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.
3. Первая труба пропускает на 1 литр воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объемом 110 литров она заполняет на 1 минуту быстрее, чем первая труба?

4. **Решение.**

Пусть  $x$  литров — объем воды, пропускаемой первой трубой в минуту, тогда вторая труба пропускает  $x + 1$  литров воды в минуту. Резервуар объемом 110 литров первая труба заполняет на 1 минуту дольше, чем вторая труба, отсюда имеем:

$$5. \frac{110}{x+1} + 1 = \frac{110}{x} \Leftrightarrow \frac{110+x+1}{x+1} = \frac{110}{x} \Leftrightarrow$$

$$6. \Leftrightarrow_{x>0} 110x + 110 = x^2 + 111x \Leftrightarrow x^2 + x - 110 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10; \\ x = -11 \end{cases} \Leftrightarrow_{x>0} x = 10.$$

7. Значит, первая труба пропускает 10, а вторая — 11 литров воды в минуту.
8. Ответ: 11.
9. Ответ: 11

### Тригонометрия

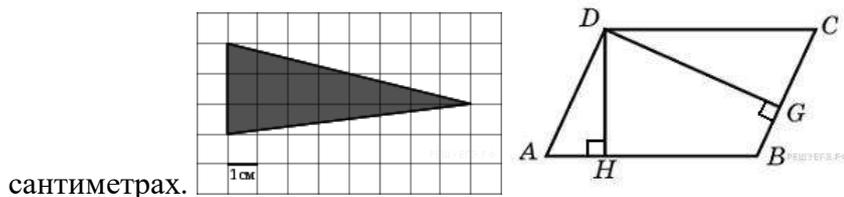
1. Решите уравнение  $\sin \frac{\pi x}{3} = 0,5$ . В ответе напишите наименьший положительный корень.

2. Найдите  $\operatorname{tg} \alpha$ , если  $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{10}}$  и  $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$ .

3. Найдите  $\operatorname{tg} \alpha$ , если  $\frac{7 \sin \alpha + 13 \cos \alpha}{5 \sin \alpha - 17 \cos \alpha} = 3$
4. Найдите значение выражения  $\frac{12 \sin 11^\circ \cdot \cos 11^\circ}{\sin 22^\circ}$
5. Найдите значение выражения  $36\sqrt{6} \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} \sin \frac{\pi}{4}$ .
6. Найдите значение выражения  $\frac{8}{\sin(-\frac{27\pi}{4}) \cos(\frac{31\pi}{4})}$
7. Найдите значение выражения  $7 \operatorname{tg} 13^\circ \cdot \operatorname{tg} 77^\circ$ .
8. Найдите значение выражения  $\frac{5 \operatorname{tg} 163^\circ}{\operatorname{tg} 17^\circ}$
9. Найдите значение выражения  $\frac{2 \sin(\alpha - 7\pi) + \cos(\frac{3\pi}{2} + \alpha)}{\sin(\alpha + \pi)}$
10. Дано уравнение  $\cos\left(\frac{3\pi}{2} + 2x\right) = \cos x$ . а) Решите уравнение; б) Укажите корни уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$ .

### Планиметрия

1. На клетчатой бумаге с клетками размером 1 см  $\times$  1 см изображен треугольник (см. рисунок). Найдите его площадь в квадратных



2. Стороны параллелограмма равны 9 и 15. Высота, опущенная на первую сторону, равна 10. Найдите высоту, опущенную на вторую сторону параллелограмма.
3. Диагонали четырехугольника равны 4 и 5. Найдите периметр четырехугольника, вершинами которого являются середины сторон данного четырехугольника.
4. Средняя линия и высота трапеции равны соответственно 3 и 2. Найдите площадь трапеции.
5. Найдите площадь кольца, ограниченного концентрическими окружностями, радиусы которых равны  $\frac{4}{\sqrt{\pi}}$  и  $\frac{2}{\sqrt{\pi}}$ .

6. Стороны правильного треугольника  $ABC$  равны 3. Найдите скалярное произведение векторов  $\vec{AB}$  и  $\vec{AC}$ .
7. Точки  $O(0; 0)$ ,  $A(6; 8)$ ,  $B(6; 2)$ ,  $C(0; 6)$  являются вершинами четырехугольника. Найдите абсциссу точки  $P$  пересечения его диагоналей.

8. **Решение.**

$$9. \quad BA = \sqrt{(6-6)^2 + (8-2)^2} = 6,$$

$$10. \quad OC = \sqrt{(0-0)^2 + (6-0)^2} = 6,$$

$$11. \quad OB = \sqrt{(6-0)^2 + (2-0)^2} = \sqrt{40},$$

$$12. \quad CA = \sqrt{(6-0)^2 + (8-6)^2} = \sqrt{40}.$$

13. Противоположные стороны попарно равны, четырехугольник является параллелограммом, значит, точка  $P$  является серединой отрезка  $CB$ . Поэтому координаты точки  $P$  вычисляются следующим образом:

$$14. \quad x = \frac{6+0}{2} = 3, \quad y = \frac{6+2}{2} = 4.$$

15. Ответ: 3.

16. Ответ: 3

8. В треугольнике  $ABC$   $AC = BC = 5$ ,  $\sin A = \frac{7}{25}$ . Найдите  $AB$ .

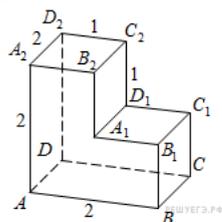
9. Четырехугольник  $ABCD$  вписан в окружность. Угол  $ABD$  равен  $75^\circ$ , угол  $CAD$  равен  $35^\circ$ . Найдите угол  $ABC$ . Ответ дайте в градусах.

10. На прямой, содержащей медиану  $AD$  прямоугольного треугольника  $ABC$  с прямым углом  $C$ , взята точка  $E$ , удаленная от вершины  $A$  на расстояние, равное 4. Найдите площадь треугольника  $BCE$ , если  $BC = 6$ ,  $AC = 4$ .

## Стереометрия

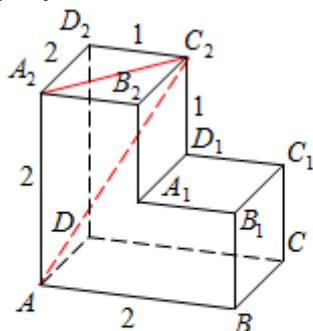
1. В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  медианы основания  $ABC$  пересекаются в точке  $O$ . Площадь треугольника  $ABC$  равна 2; объем пирамиды равен 6. Найдите длину отрезка  $OS$ .
2. Найдите квадрат расстояния между вершинами  $C$  и  $A_1$  прямоугольного параллелепипеда, для которого  $AB = 5$ ,  $AD = 4$ ,  $AA_1 = 3$ .

3. Найдите расстояние между вершинами  $A$  и  $C_2$  многогранника, изображенного на



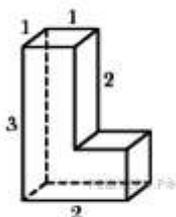
рисунке.

**Решение.**



РЕШУЕГЭ.РФ

Рассмотрим прямоугольный треугольник, по теореме



Пифагора

4. Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке  
 5. Если каждое ребро куба увеличить на 1, то его площадь поверхности увеличится на 54. Найдите ребро

куба.  $AC_2 = \sqrt{AA_2^2 + A_2C_2^2} = \sqrt{AA_2^2 + A_2D_2^2 + D_2C_2^2} = \sqrt{4+4+1} = 3.$  Ответ: 3.

6. Найдите площадь боковой поверхности правильной шестиугольной призмы, сторона основания которой равна 5, а высота – 10. Ответ: 3

1. Найдите площадь поверхности правильной четырехугольной пирамиды, стороны основания которой равны 6 и высота равна 4.
2. Стороны основания правильной шестиугольной пирамиды равны 10, боковые ребра равны 13. Найдите площадь боковой поверхности этой пирамиды.
3. В кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  найдите косинус угла между плоскостями  $BA_1 C_1$  и  $BA_1 D_1$ .
4. В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известны ребра:  $AB = 6$ ,  $AD = 8$ ,  $CC_1 = 16$ . Найдите угол между плоскостями  $ABC$  и  $A_1 DB$ .

## Производная

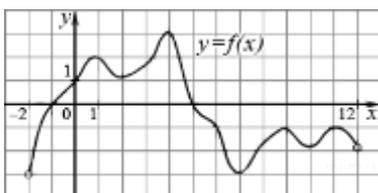
1. Материальная точка движется прямолинейно по

закону  $x(t) = \frac{1}{2}t^3 - 3t^2 + 2t$  (где  $x$  — расстояние от точки отсчета в метрах,  $t$  — время в секундах, измеренное с начала движения). Найдите ее скорость в (м/с) в момент времени  $t = 6$  с.

2. Прямая  $y = -4x - 11$  является касательной к графику

функции  $y = x^3 + 7x^2 + 7x - 6$ . Найдите абсциссу точки касания.

3. На рисунке изображен график функции  $y=f(x)$ , определенной на интервале  $(-2; 12)$ . Найдите сумму точек экстремума функции  $f(x)$ .



1. Найдите наименьшее значение функции  $y = x^3 - 27x$  на отрезке  $[0; 4]$ .

2. Найдите точку минимума функции  $y = -\frac{x^2 + 1}{x}$ .

3. Найдите наименьшее значение функции  $y = (x + 3)^2(x + 5) - 1$  на отрезке  $[-4; -1]$ .

4. Найдите наибольшее значение функции  $y = 12 \cos x + 6\sqrt{3}x - 2\sqrt{3}\pi + 6$  на отрезке  $[0; \frac{\pi}{2}]$ .

5. Найдите наименьшее значение функции  $y = 5 \sin x + \frac{24}{\pi}x + 6$  на отрезке  $[-\frac{5\pi}{6}; 0]$ .

6. Найдите точку минимума функции  $y = \sqrt{x^2 - 6x + 11}$ .

7. Найдите наибольшее значение функции  $f(x) = \cos 2x - \cos x$ .

## Вычисления и преобразования

1. Решите уравнение  $\frac{6}{13}x^2 = 19\frac{1}{2}$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

2. Найдите корень уравнения  $\frac{1}{7x-15} = \frac{1}{4x+3}$ .

3. Найдите корень уравнения:  $\sqrt{-72+17x} = x$ . Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

4. Найдите  $\frac{p(b)}{p(\frac{1}{b})}$ , если  $p(b) = \left(b + \frac{3}{b}\right) \left(3b + \frac{1}{b}\right)$  при  $b \neq 0$ .
5. Найдите значение выражения  $\frac{\sqrt[5]{10} \cdot \sqrt[5]{16}}{\sqrt[5]{5}}$
6. Найдите значение выражения  $\frac{\sqrt{m}}{\sqrt[4]{m} \cdot \sqrt[7]{m}}$  при  $m = 125$
7. Найдите значение выражения  $\frac{2^{3,5} \cdot 3^{5,5}}{6^{4,5}}$ .
8. Найдите значение выражения  $\frac{a^{3,21} \cdot a^{7,36}}{a^{8,57}}$  при  $a = 12$ .
9. Найдите значение выражения  $\frac{24(\sin^2 17^\circ - \cos^2 17^\circ)}{\cos 34^\circ}$
10. Найдите корни уравнения:  $\cos \frac{8\pi x}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ . В ответе запишите наибольший отрицательный корень.

### Практико – ориентированные задачи

1. При температуре  $0^\circ\text{C}$  рельс имеет длину  $l_0 = 10$  м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону  $l(t^\circ) = l_0(1 + \alpha \cdot t^\circ)$ , где  $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5}(\text{C}^\circ)^{-1}$  — коэффициент теплового расширения,  $t^\circ$  — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 3 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.
2. По закону Ома для полной цепи сила тока, измеряемая в амперах, равна  $I = \frac{\varepsilon}{R + r}$ , где  $\varepsilon$  – ЭДС источника (в вольтах),  $r = 1$  Ом – его внутреннее сопротивление,  $R$  – сопротивление цепи (в Омах). При каком наименьшем сопротивлении цепи сила тока будет составлять не более 20% от силы тока короткого замыкания  $I_{\text{кз}} = \frac{\varepsilon}{r}$ ? (Ответ выразите в Омах.)
3. Расстояние (в км) от наблюдателя, находящегося на высоте  $h$  м над землей, выраженное в километрах, до наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по формуле  $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$ , где  $R = 6400$  км — радиус Земли. Человек, стоящий на пляже, видит горизонт на расстоянии 4,8 км. На сколько метров нужно подняться человеку, чтобы расстояние до горизонта увеличилось до 6,4 километров?
4. В ходе распада радиоактивного изотопа, его масса уменьшается по закону  $m(t) = m_0 \cdot 2^{-t/T}$ , где  $m_0$  – начальная масса изотопа,  $t$  (мин) – прошедшее от начального момента время,  $T$  – период полураспада в минутах. В лаборатории

получили вещество, содержащее в начальный момент времени  $m_0 = 40$  мг изотопа  $Z$ , период полураспада которого  $T = 10$  мин. В течение скольких минут масса изотопа будет не меньше 5 мг?

5. Водолазный колокол, содержащий в начальный момент времени  $\nu = 3$  моля воздуха объемом  $V_1 = 8$  л, медленно опускают на дно водоема. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного объема  $V_2$ . Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется

выражением  $A = \alpha \nu T \log_2 \frac{V_1}{V_2}$  (Дж), где  $\alpha = 5,75$  – постоянная, а  $T = 300$  – температура воздуха. Какой объем  $V_2$  (в литрах) станет занимать воздух, если при сжатии газа была совершена работа в 10350 Дж?

6. Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных интернет-изданий на основе оценок информативности  $In$ , оперативности  $Op$ , объективности публикаций  $Tr$ , а также качества сайта  $Q$ . Каждый отдельный показатель оценивается читателями по 5-балльной шкале целыми числами от 1 до 5. Аналитики, составляющие формулу рейтинга, считают, что объективность ценится втрое, а информативность публикаций — вдвое дороже, чем оперативность и качество сайта. Таким образом, формула приняла

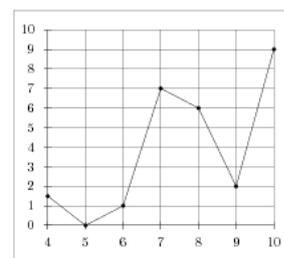
вид  $R = \frac{2In + Op + 3Tr + Q}{A}$ . Каким должно быть число  $A$ , чтобы издание, у которого все оценки наибольшие, получило бы рейтинг 1?

7. Мяч бросили под углом  $\alpha$  к плоской горизонтальной поверхности земли. Время

$$t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$$

полета мяча (в секундах) определяется по формуле  $t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$ . При каком наименьшем значении угла  $\alpha$  (в градусах) время полета будет не меньше 3 секунд, если мяч бросают с начальной скоростью  $v_0 = 30$  м/с? Считайте, что ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

8. На рисунке изображен график осадков в Калининграде с 4 по 10 февраля 1974 г. На оси абсцисс откладываются дни, на оси ординат — осадки в мм.



9. В фирме такси в данный момент свободно 20 машин: 10 черных, 2 желтых и 8 зеленых. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчице. Найдите вероятность того, что к ней приедет зеленое такси.

10. В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что орёл выпадет ровно два раза.

## Стереометрия

1. Высота конуса равна 6, а диаметр основания – 16. Найдите образующую конуса.
2. Площадь боковой поверхности цилиндра равна  $21\pi$ , а диаметр основания равен 7. Найдите высоту цилиндра.

3. Около конуса описана сфера (сфера содержит окружность основания конуса и его вершину). Центр сферы находится в центре основания конуса. Образующая конуса равна  $7\sqrt{2}$ . Найдите радиус сферы.
4. Шар вписан в цилиндр. Площадь поверхности шара равна 111. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.
5. Сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили 2300  $\text{см}^3$  воды и погрузили в воду деталь. При этом уровень воды поднялся с отметки 25 см до отметки 27 см. Найдите объем детали. Ответ выразите в  $\text{см}^3$ .
6. Правильная четырехугольная призма описана около цилиндра, радиус основания и высота которого равны 1. Найдите площадь боковой поверхности призмы.
7. Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8, боковое ребро равно 5. Найдите объем призмы.
8. Найдите высоту правильной треугольной пирамиды, стороны основания которой равны 2, а объем равен  $\sqrt{3}$ .
9. Конус вписан в шар. Радиус основания конуса равен радиусу шара. Объем конуса равен 6. Найдите объем шара.

**Решение.**

$$V_{\text{кон}} = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} h = \frac{1}{3} \pi R^2 R = 6, V_{\text{шара}} = \frac{4}{3} \pi R^3 = 24$$

Ответ: 24.

Ответ: 24

10. В куб с ребром 3 вписан шар. Найдите объем этого шара, деленный на  $\pi$ .